Strömungsmechanik - Eine Wissenschaft zwischen Mechanik und Thermodynamik

Truckenbrodt, Erich

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 41, 1989, S.7-20

Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

Strömungsmechanik – Eine Wissenschaft zwischen Mechanik und Thermodynamik

Von **Erich Truckenbrodt,** TU München

(Eingegangen am 7.11.1988)

1. Einleitung

Nach nahezu dreißigjähriger Lehr- und Forschungstätigkeit an der Technischen Universität München möchte ich mich heute zur Stellung des von mir im Rahmen des Studiums des Maschinenwesens vertretenden Fachgebietes der Strömungsmechanik äußern. Diese Standortbestimmung soll vor allem die Frage beantworten, inwieweit die Strömungsmechanik in ihren Grundlagen eine Schnittstellenfunktion zwischen der Mechanik fester Körper und der Thermodynamik ausübt. Die bestehenden Querverbindungen beziehen sich also auf die mechanisch-thermischen Einwirkungen bei strömenden Medien. Die Beschreibung dieser beiden physikalischen Einflüsse bedient sich dabei bestimmter auf Erfahrung, Experiment und Theorie begründeter Axiome. Im Rahmen dieser Übersichtsdarstellung soll auf chemische Einflüsse nicht eingegangen werden.

2. Begriffe der Mechanik und Thermodynamik

Während Aristoteles unter Mechanik noch die Kunst verstand, die Natur zu überlisten, verdanken wir I. Newton (1642–1727) das Grundgesetz der Mechanik, welches die Bewegung von Körpern (Kinematik) unter Einwirkung von Kräften (Dynamik) beschreibt. Bei der Thermodynamik, als deren Begründer wohl S. Carnot (1796–1832) anzusehen ist, liegt der Schwerpunkt in der Beschreibung des Wechselspiels von Wärme (Thermo) und Kraft (Dynamik). Im Gegensatz zu der früheren Vorstellung, nach der die Wärme als Stoffmenge (Kaloricum) aufgefaßt wurde, versteht man heute unter Wärme einen Vorgang, ähnlich dem einer Arbeit.

Aus der Kraftgleichung der Mechanik läßt sich durch skalare Multiplikation der Kräfte mit dem bei der Bewegung zurückgelegten Weg der Arbeitssatz der Mechanik herleiten. Unter bestimmten Voraussetzungen können dabei die als Prozeßgrößen auftretenden Arbeiten als Zustandsgrößen in Form von Energien aufgefaßt werden, d.h, der Arbeitssatz kann auch mechanischer Energiesatz genannt werden. Die Hauptsätze der Thermodynamik gehören unmittelbar zur Energetik und sind Axiome, welche die Energieerhaltung und Energieumwandlung in sog. thermodynamischen Systemen beschreiben. Die Energetik übernimmt also die Schnittstellenfunktion von Mechanik und Thermodynamik, Abb. 1.

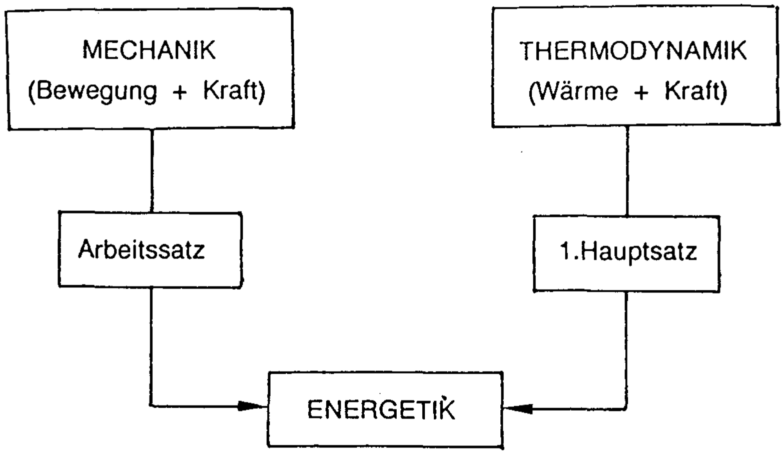


Abb. 1: Energetik

3. Fluidmechanik

Sowohl die Mechanik als auch die Thermodynamik befassen sich mit Medien in ihren verschiedenen Aggregatzuständen, wobei nach Abb. 2 in feste Medien (starr, elastisch, plastisch) und in fluide Medien (flüssig, dampfförmig, gasförmig) zu unterscheiden ist. Während die ersteren zur Festkörpermechanik gehören, sind die letzteren der Fluidmechanik (Hydromechanik) und, wenn thermodynamische Einflüsse eine wesentliche Rolle spielen, der Thermofluidmechanik (Aeromechanik) zuzuordnen.

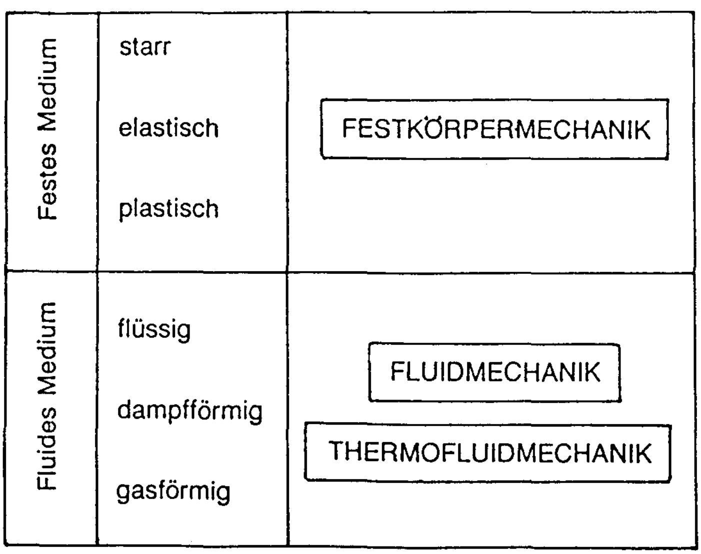


Abb. 2: Mechanik

Anstelle des Begriffs Strömungsmechanik wurde die Bezeichnung Fluidmechanik eingeführt, um die Vorstellung von der Mechanik einer bestimmten Gruppe von Stoffen, nämlich der Fluide als Sammelbegriff für Flüssigkeit, Dampf und Gas deutlich zu machen.

4. Vergleiche mechanischer und thermodynamischer Größen

Masse. Eine wichtige Größe stellt die Masse des Fluids als Materieeigenschaft dar. Dabei kennt man die schwere Masse, die maßgebend für das Gewicht (Gravitation) ist, und die träge Masse (inertia), die bei ungleichförmiger Bewegung bestimmend ist. Wenn man von der speziellen Relativitätstheorie absieht, besteht kein Unterschied zwischen der schweren und der trägen Masse. In der Fluidmechanik bevorzugt man nach Abb. 3 den Begriff der Massendichte als Verhältnis von Masse und Volumen ϱ, während in der Thermodynamik der Reziprokwert, d.h. das Verhältnis von Volumen und Masse v benutzt wird

$$\varrho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}, \quad v = \frac{\text{Volumen}}{\text{Masse}}. \tag{1a,b}$$

Zwischen den beiden Verhältniszahlen besteht also der feste Zusammenhang

$$\varrho = \frac{1}{v}. \tag{2}$$

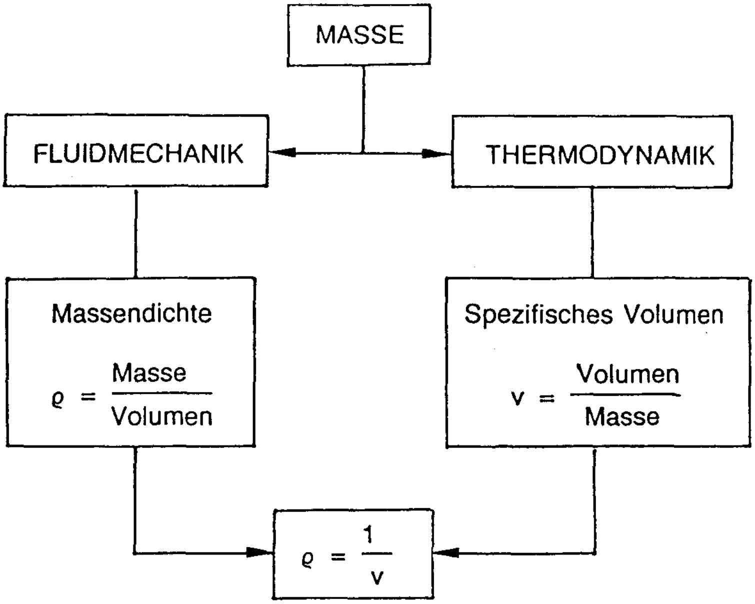


Abb. 3: Masse

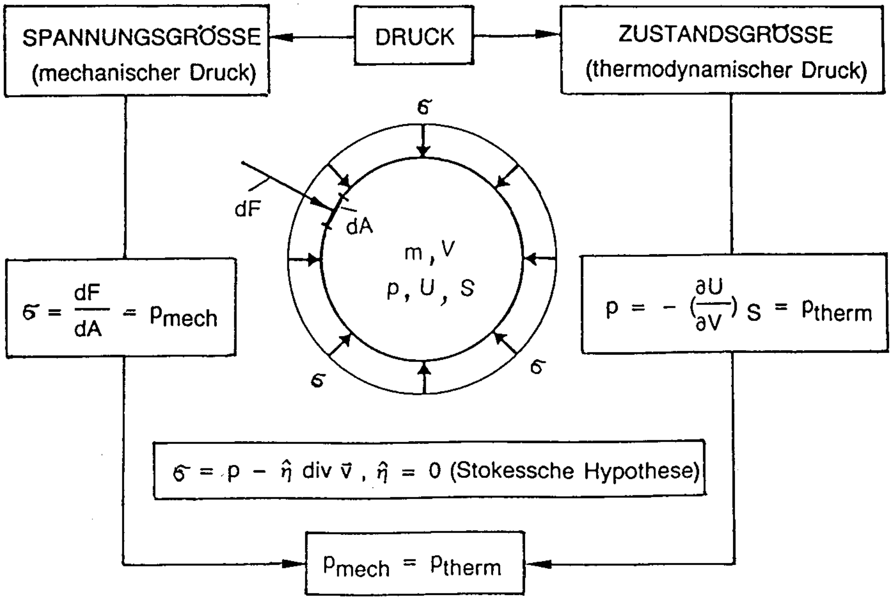


Abb. 4: Druck

Druck. Nicht so einfach verhält es sich mit dem Druck, vergleiche Abb. 4. In der Mechanik versteht man hierunter eine Spannungsgröße als Verhältnis von normal wirkender Druckkraft und Fläche, d. h. es gilt für die Normalspannung

$$\sigma = \frac{dF}{dA} = p_{mech}. \tag{3}$$

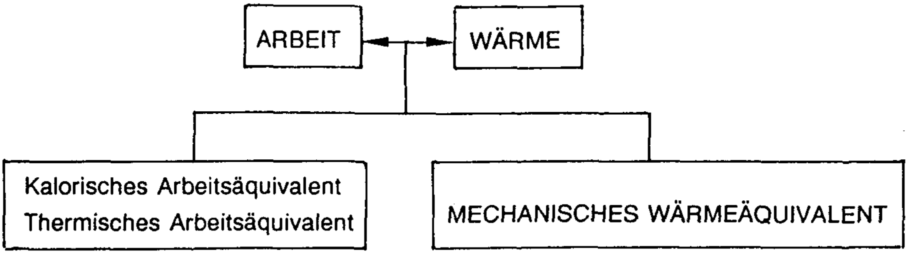
In der Thermodynamik dagegen ist der Druck eine Zustandsgröße und wird thermodynamischer Druck genannt. Er ist durch

$$p = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = p_{therm} \tag{4}$$

definiert, wobei V das Systemvolumen, U die zugehörige innere Energie und S die konstant gehaltene Entropie ist. Am Beispiel der kugelförmigen Fluidmasse, die isotrop expandiert oder komprimiert wird, und unter der Annahme, daß die Expansion bzw. Kompression durch die radiale Geschwindigkeitskomponente $v = c\ r$ ($c > 0$: Expansion, $c < 0$: Kompression) bewirkt wird, gilt für die gleichmäßig auf der Kugelfläche verteilte Normalspannung eines normalviskosen (newtonschen) Fluids

$$\sigma = p - \hat{\eta}\,\mathrm{div}\,\vec{v} = p - 3\,c\,\hat{\eta}. \tag{5}$$

Dabei ist div $\vec{v}$ ein Maß für die Volumenveränderung (Volumenendilatation) des Fluidelements, sowie $\hat{\eta}$ eine Stoffgröße, die man Druckviskosität nennt. Über die Größe $\hat{\eta}$ lassen sich sowohl theoretisch als auch experimentell keine einfachen Aussagen machen.



S. Carnot (1824), R. Mayer (1842), J. Joule (1847)

1 Kalorie = 4,1868 Joule	
1 kcal = 427 kp m = 4,2 kJ	1 kWh = 860 kcal = 3600 kJ

Abb. 5: Wärmeäquivalent

Bei einatomigem Gas ist $\hat{\eta} = 0$. G. Stokes (1819–1903) hat vorgeschlagen, $\hat{\eta} \approx 0$ zu setzen, was dann zu

$$p_{mech} = p_{therm} \quad (\hat{\eta} = 0) \tag{6}$$

führt. Diese Stokessche Hypothese hat sich als recht brauchbar erwiesen, d.h. man braucht zwischen dem mechanischen und thermodynamischen Druck keinen Unterschied zu machen.

Wärme. Um die Mitte des vorigen Jahrhunderts haben S. Carnot (1796–1832) und R. Mayer (1814–1878) die Gleichwertigkeit (Äquivalenz) von Arbeit und Wärme erkannt und dieses Wärmeäquivalent, auch kalorisches oder thermisches Arbeitsäquivalent genannt, wurde besonders sorgfältig von J. Joule (1818–1889) experimentell bestimmt, vgl. Abb. 5. Im alten Einheitssystem gilt

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ kp m}. \tag{7a}$$

Bei der Einführung des neuen Internationalen Einheitensystems wurde Joule die Priorität für die Einheit der Arbeit bzw. Wärme zugeschrieben, so daß mit

$$1 \text{ kcal} = 4{,}1868 \text{ kJ} \tag{7b}$$

gerechnet wird.

Weiterhin gilt für das elektrische Wärmeäquivalent

$$1 \text{ kWh} = 869 \text{ kcal} = 3600 \text{ kJ}. \tag{7c}$$

5. Prozeß- und Zustandsgrößen

Die einzelnen auf dem Gebiet der Energetik auftretenden Größen sind in Abb. 6 zusammengestellt. Zugrundegelegt wird ein mitbewegtes geschlossenes System mit unveränderter Masse (m = const). Die Systembegrenzung sei wärmedurchlässig (diabat), d.h. es kann in das System Wärme ein- oder austreten. Im Inneren des Systemvolumens befinden sich die kontinuierlich verteilten Massenelemente (Fluidelemente).

Kräfte. Im Inneren des Systemvolumens treten an jedem Massenelement an seiner Oberfläche eine innere Kraft (innere Spannungskraft) und an seinem Volumen eine von außen wirkende Fernkraft (eingeprägte Massenkraft) auf. Letztere besteht im wesentlichen aus der durch die Erdanziehung verursachten Schwerkraft. Die inneren Kräfte heben sich im System nach dem Prinzip von actio gleich reactio gegenseitig auf. Bei ungleichförmiger Bewegung, d.h. veränderlicher Strömungsgeschwindigkeit, tritt

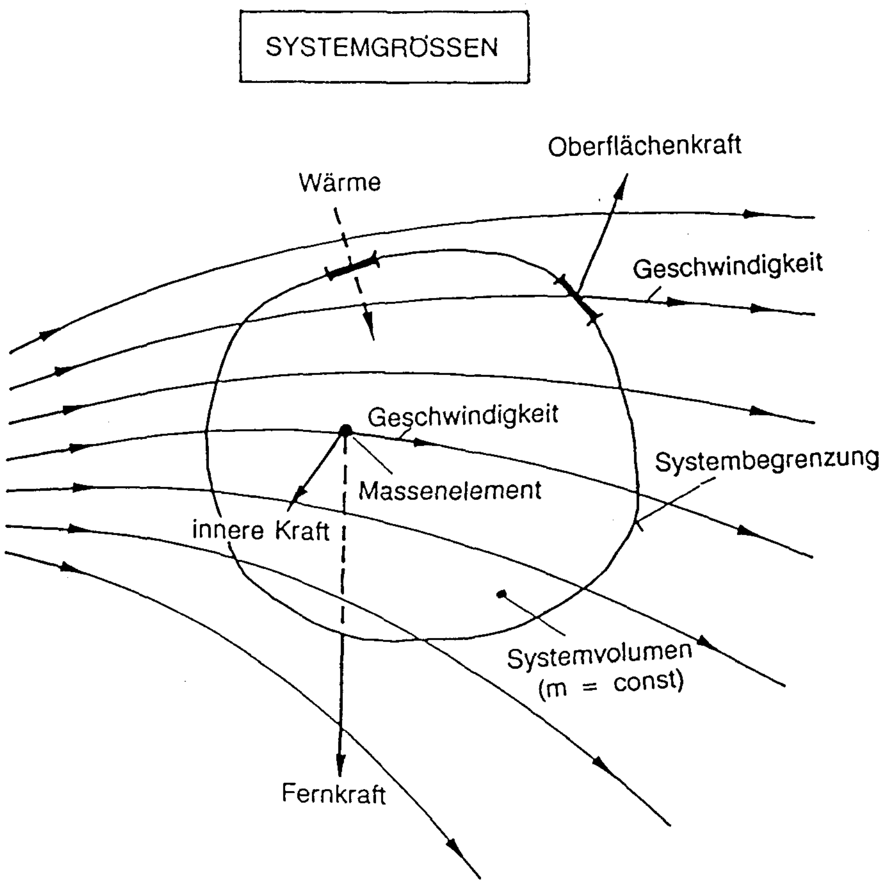


Abb. 6: Systemgrößen

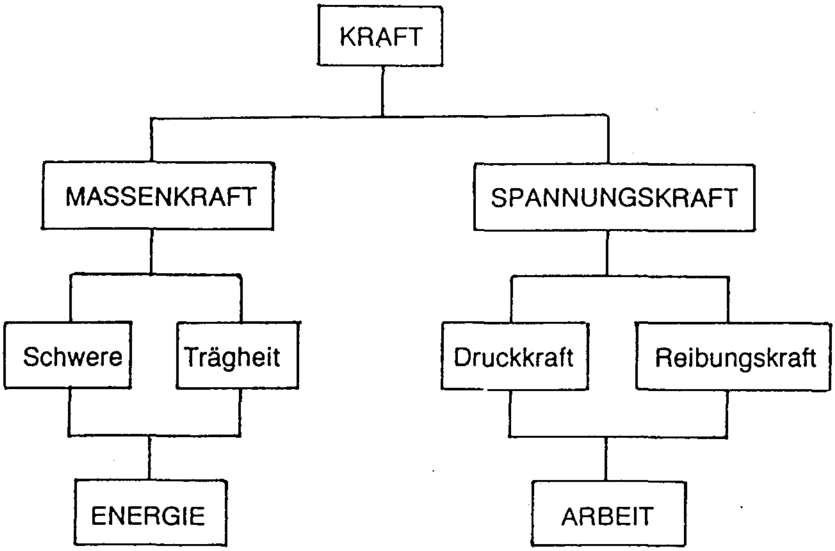


Abb. 7: Kraft

noch die Trägheitskraft (d'Alembertsche Massenkraft) auf. An der Systembegrenzung wirkt an einem Flächenelement die äußere Oberflächenkraft (äußere Spannungskraft). Bei den Kräften hat man also zu unterscheiden in Massenkräfte und in Spannungskräfte, vgl. Abb. 7.

Die resultierende Massenkraft ist also die Folge der Schwere (Gravitation) und der Trägheit (inertia). Von der Schwerkraft weiß man, daß sie aus einem Schwerkraftpotential abgeleitet werden kann. Die Trägheitskraft ist die negative aus dem Produkt Masse mal Beschleunigung abgeleitete Kraft. Multipliziert man die beiden Massenkräfte skalar mit dem zurückgelegten Weg, so entsteht daraus als Prozeßgröße eine Arbeit. Dieses Arbeitsvermögen stellt im vorliegenden Fall eine Zustandsgröße dar und entspricht damit einer Energie.

Die resultierende Spannungskraft ist die Folge der Oberflächenspannung, die physikalisch aus der Druck- und Reibungsspannung herrührt. Im allgemeinen ist die Druckkraft antreibend und die Reibungskraft hemmend. Unter geometrischem Gesichtspunkt läßt sich die Spannungskraft auch in Normal- und Tangentialkraft aufteilen. Auf die bei Strömungsvorgängen vorhandenen Unterschiede zwischen Druck- und Normalkraft bzw. zwischen Reibungs- und Tangentialkraft wird im Rahmen dieser Darstellung nicht besonders eingegangen. Multipliziert man die Spannungskräfte skalar mit dem zurückgelegten Weg, so werden dabei als Prozeßgrößen Arbeiten verrichtet, die man nicht ohne weiteres wie bei der Massenkraft als Energien (Zustandsgrößen) auffassen kann.

Im folgenden werden die eingeführten Begriffe der Energie (Zustandsgröße) und Arbeit (Prozeßgröße) weiter erläutert.

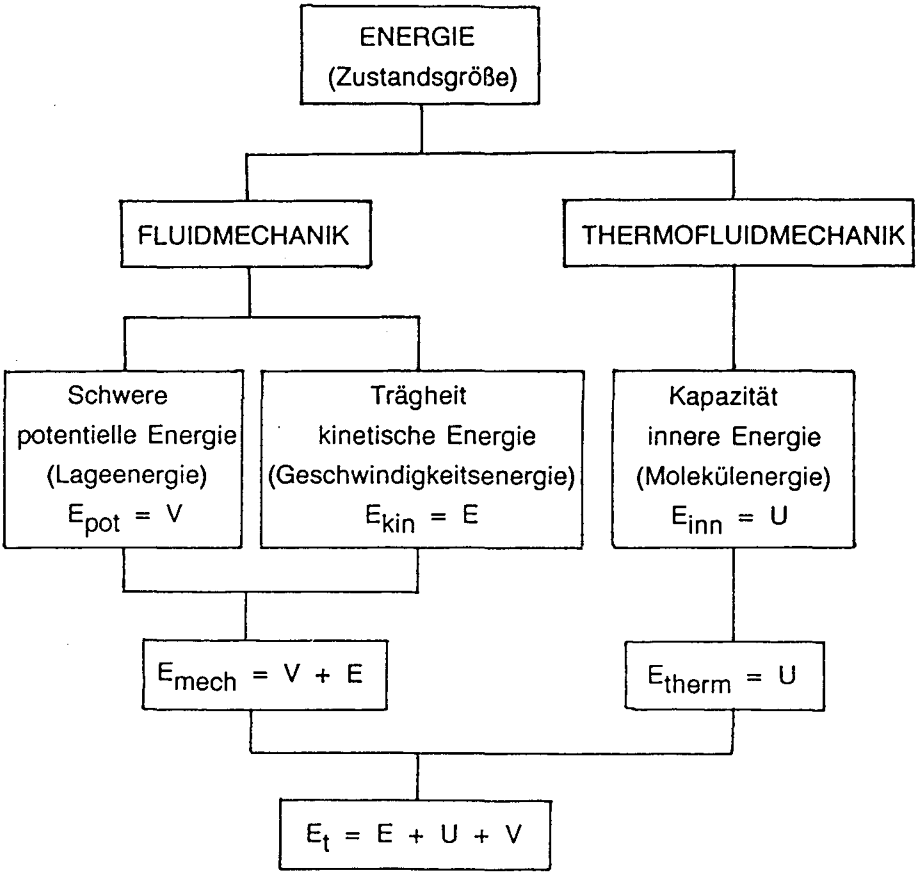


Abb. 8: Energie

Energien. Sofern es nur die mechanischen Energien der Fluidmechanik betrifft, werden die besprochenen Einflüsse der Schwere und Trägheit nach Abb. 8 als potentielle Energie $E_{pot} = V$ (Lageenergie) und kinetische Energie $E_{kin} = E$ (Geschwindigkeitsenergie) erfaßt, d.h. es ist

$$E_{mech} = V + E. \tag{8}$$

Wird jetzt auch die thermische Energie der Thermofluidmechanik berücksichtigt, so ist nach Abb. 8 die durch die Kapazität im System enthaltene innere Energie $E_{inn} = U$ (Molekülenergie) zu beachten, d.h. es gilt

$$E_{therm} = U. \tag{9}$$

Die drei genannten Energien (Zustandsgrößen) bilden die totale (gesamte) Energie

$$E_t = E + U + V. \tag{10}$$

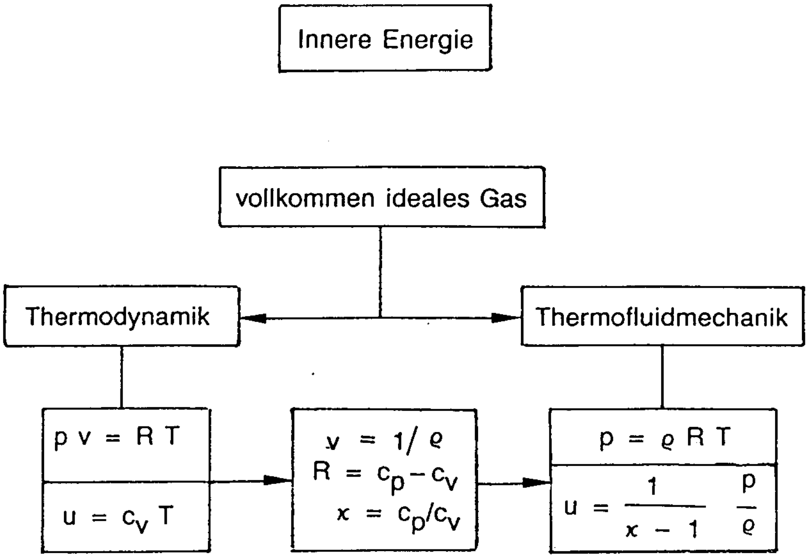


Abb. 9: Innere Energie

Betrachtet man ein sich translatorisch und rotatorisch mit der Geschwindigkeit v bzw. der Drehwinkelgeschwindigkeit ω bewegendes Fluidelement, d.h. eine Parallelbewegung des Schwerpunkts mit überlagerter Drehbewegung, so besteht die kinetische Energie nur aus der Translationsenergie $E_{trans} = (m/2)\, v^2$ mit m als Masse, da die Rotationsenergie $E_{rot} = (\theta/2)\, \omega^2$, mit θ als Massenträgheitsmoment, als klein vernachlässigt werden kann. Ist l ein Maß für die Abmessung des Fluidelements, dann ist $m \approx l^3$ und $\theta \approx l^5$. Im Grenzfall $l \to 0$ ist also $E_{rot} \ll E_{trans}$, d.h. $E = E_{trans}$.
Die innere Energie eines Fluidelements läßt sich für das vollkommen ideale Gas in einfacher Weise aus der thermodynamischen Darstellung mit der Temperatur T als Veränderliche in die Darstellung der Thermofluidmechanik mit dem Druck p und der Dichte ϱ als Veränderlichen umformen, vgl. Abb. 9. Es gilt im einzelnen

$$p\, v = R\, T, \quad p = \varrho\, R\, T \quad (v = 1/\varrho), \tag{11}$$

$$u = c_v T, \quad u = \frac{1}{\varkappa - 1}\, \frac{p}{\varrho} \quad (R = c_p - c_v, \ \varkappa = c_p/c_v). \tag{12}$$

Arbeiten. Betrachtet werden soll nach Abb. 10 das Fluidelement bei seiner Bewegung, die wieder aus einer Translation des Schwerpunkts (Parallelbewegung) und aus einer Rotation um den Schwerpunkt (Drehbewegung) besteht, sowie bei seiner Verformung, die sich aus einer Dehnung (Volumendilatation) und einer Scherung (Winkeländerung) zusammensetzt. Ursachen für eine Bewegung und Verformung sind die Druck- und Reibungsspannungen.

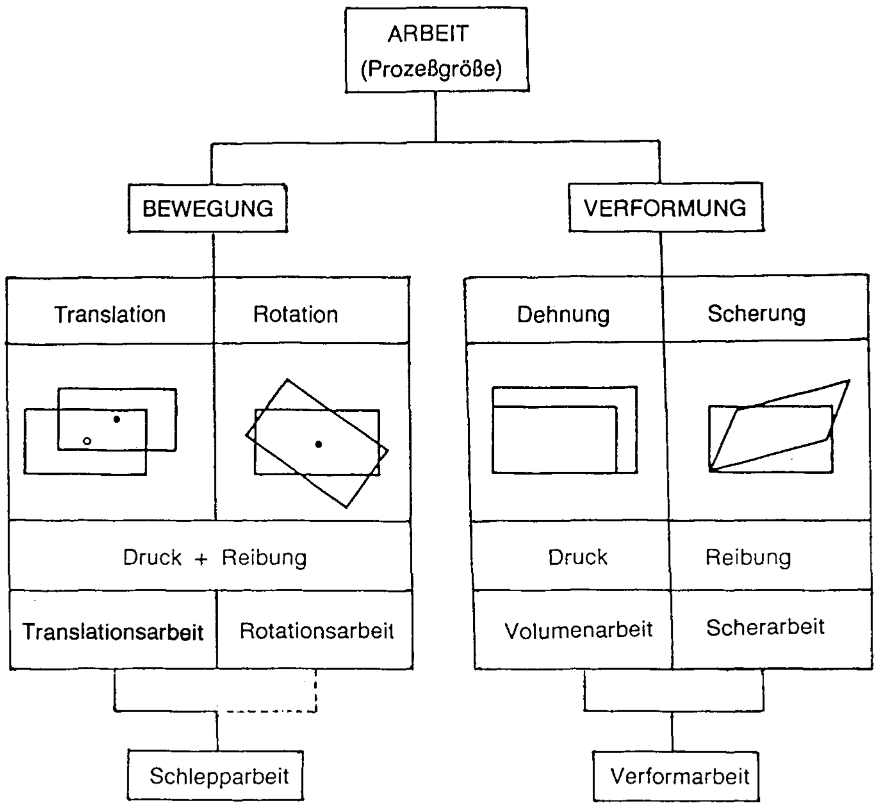


Abb. 10: Arbeit

Bei der Translationsbewegung wird von den Druck- und Reibungskräften eine treibende bzw. hemmende Schlepparbeit W_{trans} verrichtet. Die bei der Rotationsbewegung von den Reibungskräften verrichtete Rotationsarbeit W_{rot} ist, ohne hier auf den Beweis einzugehen, gegenüber der Translationsarbeit vernachlässigbar, $W_{rot} \ll W_{trans}$, d.h. die Bewegungsarbeit besteht nur aus der druck- und reibungsbedingten Schlepparbeit (großer Index P bzw. R)

$$W_S = W_P + W_R. \tag{13}$$

Durch die Druckkräfte stellt sich die Dehnung mit einer möglichen Volumenänderung und daraus eine Volumenarbeit (Volumenänderungsarbeit) W_V ein. Wirken nur elastische Druckkräfte, so entspricht die reversible Druckarbeit einer Druckenergie als Zustandsgröße. Die Reibungskräfte verursachen die Scherung (Winkeländerung) mit der zugehörigen irreversiblen Scherarbeit (Dissipation) W_D. Die druck- und reibungsbedingte Verformarbeit (Formänderungsarbeit) beträgt also

$$W_F = W_V + W_D. \tag{14}$$

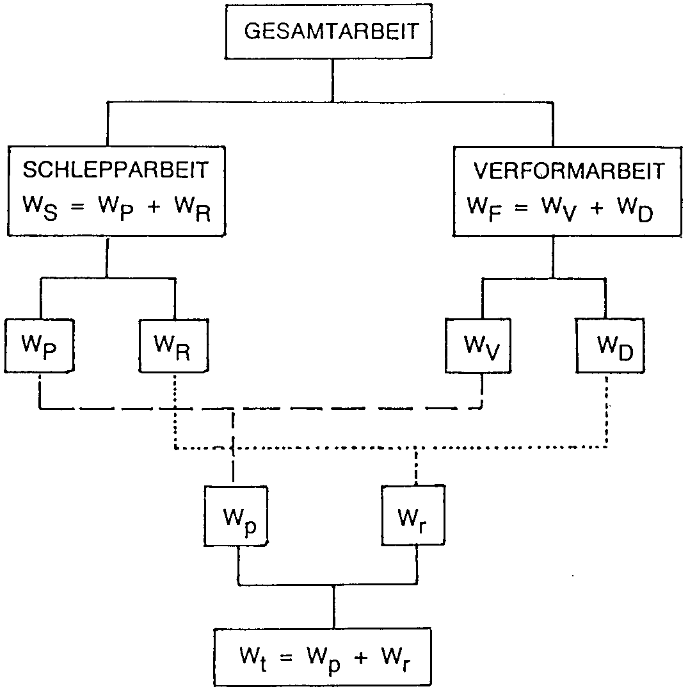


Abb. 11: Gesamtarbeit

Die gesamte druckbedingte Arbeit (kleiner Index p) ist nach Abb. 11

$$W_p = W_P + W_V, \tag{15}$$

und die gesamte reibungsbedingte Arbeit (kleiner Index r) ist nach Abb. 11

$$W_r = W_R + W_D. \tag{16}$$

Daraus folgt für die resultierende Gesamtarbeit (totale Arbeit)

$$W_t = W_p + W_r. \tag{17}$$

Wärme. Unter der Wärme Q als thermischer (kalorischer) Arbeit, die die Systemgrenze überschreitet, sei nur die Wärmeleitung verstanden.

6. Energiegleichungen

Fluidmechanik und Thermofluidmechanik. Die Formulierungen der Energiegleichungen (Energiebilanz) eines bewegten und sich dabei verformenden Fluidelements ergeben sich im Fall der Fluidmechanik (I) aus dem Arbeitssatz der Mechanik für den Systemschwerpunkt und im Fall der Thermofluidmechanik (II) aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, vgl. Abb. 12, zu

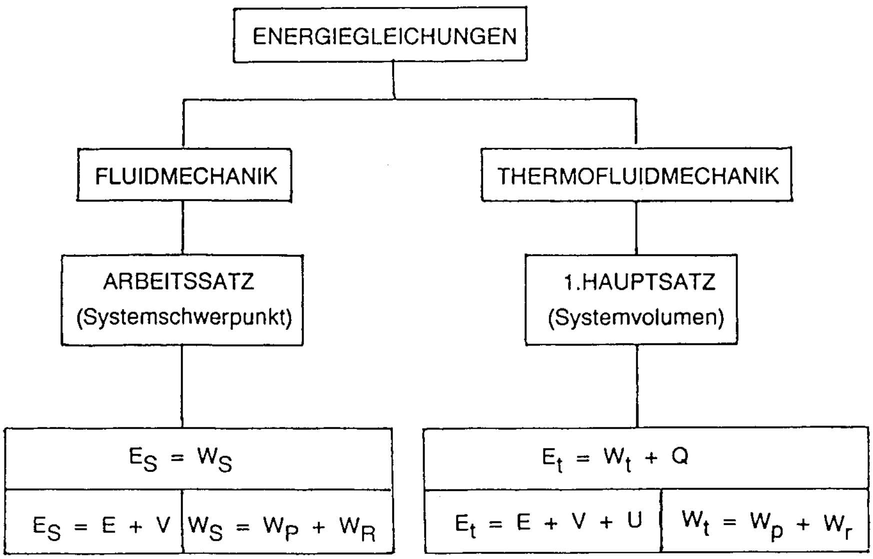


Abb. 12: Energiegleichungen

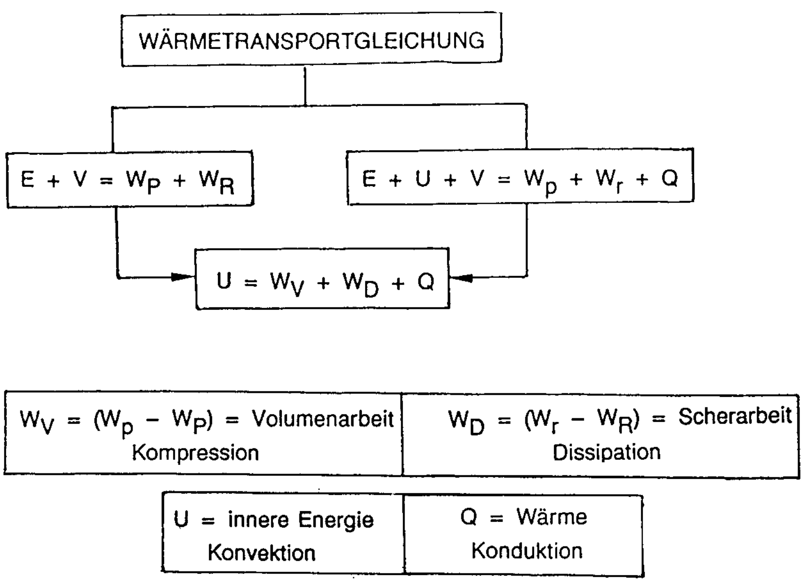


Abb. 13: Wärmetransportgleichung

$$E_S = W_S \quad \text{mit } E_S = E + V \text{ und } W_S = W_P + W_R \quad (I), \tag{18a}$$

$$E_t = W_t + Q \text{ mit } E_t = E + V + U \text{ und } W_t = W_p + W_r \quad (II). \tag{18b}$$

Auf die Unterschiede dieser beiden Beziehungen wird im folgenden eingegangen.

Wärmetransportgleichung. Subtrahiert man die Energiegleichung der Fluidmechanik (I) von der Energiegleichung der Thermofluidmechanik (II), so gelangt man zur Wärmetransportgleichung in der Form, vgl. Abb. 13,

$$U = W_V + W_D + Q \quad (III). \tag{19}$$

Hierin sind die Volumenarbeit $W_V = (W_p - W_P)$ und die Scherarbeit $W_D = (W_r - W_R)$ mechanische Größen (Verformarbeiten), die vom Druck bzw. der Reibung herrühren und als Umwandlungswärmen in Form von reversibler Kompressionswärme bzw. irreversibler Reibungswärme (Dissipation) auftreten. Die innere Energie U und die Wärme Q sind thermodynamische Größen, die den Wärmetransport durch das strömende Fluid (Mitführung = Konvektion, Wärmekonvektion) als Mitführungswärme (Konvektionswärme) bzw. den Wärmetransport durch Leitung (Konduktion) als Leitungswärme betreffen.

Übereinstimmung zwischen den beiden Energiegleichungen besteht unter folgenden Voraussetzungen und Annahmen:

$$Q = 0, \quad W_D = 0, \quad U = W_V. \tag{20}$$

Die erste Bedingung besagt, daß es sich um ein wärmedicht abgeschlossenes System, d.h. um eine adiabate Zustandsänderung handelt. Bei der zweiten Bedingung liegt eine reibungslose Strömung vor, die bei reversibler (umkehrbarer) Zustandsänderung verläuft. Bei einem adiabat-reversiblen Zustand ändert sich die Entropie nicht, S = const. Mithin beschreiben die ersten beiden Bedingungen $Q + W_D = 0$ eine isentrop verlaufende Strömung. Für die dritte Bedingung kann man zeigen, daß diese bei einem barotropen Fluid, das ist ein Fluid, bei dem die Dichte nur vom Druck $\varrho = \varrho(p)$ abhängt, erfüllt ist. Mit (20) gehen beide Energiegleichungen in die bekannte Bernoullische Energiegleichung, auch Bernoullische Druckgleichung genannt, über.

7. Grenzschichten

Bei umströmten Körpern treten in Wandnähe im allgemeinen sowohl Strömungs- als auch Temperaturgrenzschichten auf, welche die enge Verwandtschaft von Mechanik und Thermodynamik nochmals eindrucksvoll zeigen, vgl. Abb. 14. Analoge Größen stellen die Geschwindigkeits- bzw. Temperaturverteilung in den Grenzschichten u(y) bzw. T(y) mit der Impulsstromdichte (Schubspannung) τ bzw. der Wärmestromdichte φ, die Stoffgrößen der kinematischen Viskosität ν bzw. der Temperaturleitfähigkeit a sowie die Kennzahlen der Reynolds-Zahl Re bzw. der Péclet-Zahl Pe dar.

Die Grenzschichttheorie wurde von Ludwig Prandtl (1875–1953) begründet. Ihm zu Ehren wurde die Prandtl-Zahl als Verhältnis von Reynolds-Zahl und Péclet-Zahl benannt.

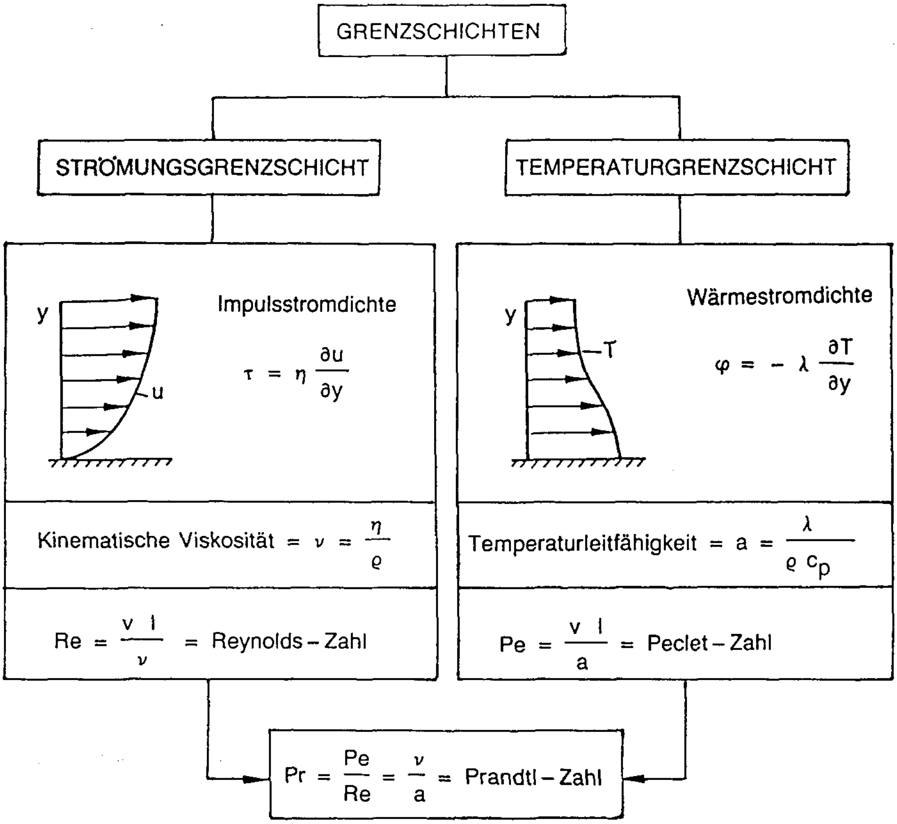


Abb. 14: Grenzschichten

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mathrm{Pe}}{\mathrm{Re}} = \frac{\nu}{a} = \text{Prandtl-Zahl}. \tag{21}$$

Dies ist eine Stoffgröße, welche den Zusammenhang von mechanischer und thermodynamischer Erkenntnis wiedergibt. Diese Feststellung soll das Thema meiner Ausführungen abrunden.